變動生產率的存貨模式

許炳輝

德霖技術學院 通識中心講師

摘 要

筆記型電腦為台灣重要產業，在整體產量上已居世界首位但出現警訊須加緊努力朝研發、營運中心發展。今天的商場環境已不能單純由擴充產能提高生產率來增強競爭力，重要的是以整體營運的最佳化為考量。因此調整生產率以因應生產環境變得相當重要，本文以變動生產率的角度檢視存貨問題得到最佳的生產存貨模式。

關鍵辭: 筆記型電腦, 存貨, 變動生產率

On Inventory Model of Variable Production Rate

Ping-Hui Hsu

Department of General Education
Mathematics Lecturer

Abstract

Notebook computer industry in Taiwan is now facing a critical period after having been the world leader in the business for a decade. The only way to live through the world competition is to establish a high technology R&D center in Taiwan. Nowadays, enterprise enforces their ability in the competition not only by up scaling the production capacity but also by optimizing the whole business system. In such condition it is vital to adjust the production rate in order to suit the production environment. Our study is focus on the inventory problem by varying the production rate and getting the optimal inventory model.

Keywords: notebook computer, inventory, variable production rate

壹、 緒 論

電子業快速發展的今天，許多產品生命週期短,變化快速致存貨問題變得更重要。生產速度快，使存貨增加 ，壓積成本，存貨過期亦恐造成利潤降低。當然缺貨更是營運單位所不樂見，因爲缺貨會損失銷售，更影響商譽。

由於半導體科技不斷的進步，桌上型與筆記型電腦的價差日益縮小，使得筆記型電腦有取代桌上型電腦之趨勢。由於過去的努力台灣筆記型電腦產業在整體產量上曾居世界首位，中國時報本(2002)年十一月二十八日，引述經濟部的報告，報導台灣筆記型電腦全球出貨佔有率超過六成，但提出警訊，中國大陸已躍昇爲全球第二大資訊硬體國家。對於此項警訊，經濟部長以及產業龍頭等皆認爲，大陸的排名提昇台商貢獻很多，這是擋不住的趨勢，台灣本身須努力朝研發、營運中心發展。

存貨管理的理論始自「經濟訂購量」、「物料需求規劃」、「存貨 ABC 分類管理」，到近年來的「及時性存貨管理」(JIT)、「快速反應」、「看板管理」（Kanban）與「零存貨觀念」等，其目的皆在使存貨管理更具效率。最近更有許多的研究著重在整合方面，其中有以降低總成本爲其主要目標，而存貨成本就是造成總成本累積的首要因素。在生產過程中，存貨的角色乃爲緩衝以使得各生產單位之間的相依關係減少以維持生產線的順暢。因此，即使在認爲零存貨的及時生產系統中，還是有少量的存貨以維持生產的不虞中斷。甚至在限制理論裡，適當的安置存貨於生產瓶頸以保護整個生產系統，更能突顯存貨的價值。

存貨成本影響整個存貨管理決策，管理者必須先了解、評估各種影響存貨成本的因素。Slack, et al. (1995)認爲存貨成本應包括：

1. 當訂購量增加時，會降低的成本：
   [1].固定作業成本
   [2].價格折扣成本
   [3].缺貨成本
2. 當訂購量增加時，會隨之上升的成本：
   [4].營運成本
   [5].儲存成本
   [6].過時成本
   [7].生產效率低落成本

由於筆記型電腦的生命週期短，價格下降速度快；若存貨過量以致產生滯銷將大幅降低利潤。因此許多工廠採 BTO 或 JIT 模式，但須配合許多因素。又鑑於近年來，休閒觀念的改變以及生產機器的定期停機維修保養因素，適當的存貨應爲較佳的策略，加以競爭的市場，需求總是不確定，適量安全存貨也是必備的。

傳統的經濟生產量模式概皆以生產量爲變數(或生產次數或生產週期---只有一個變數)導出最佳策略,其中需求量由確定發展爲變動已有完整的結論,但生產率方面則少有研究。今天的商場

環境已不能單純由擴充產能提高生產率來增強競爭力,重要的是以整體營運的最佳化爲考量因此調整生產率以因應生產環境變得相當重要,如何因應這些市場條件，決定最佳生產存貨策略，是本研究的主要目的。本研究建立筆記型電腦組裝工廠之生產、存貨模式，並導出其最佳決策，以作爲該行業之參考。

貳、 模式探討

假設條件請參考 R. J. Tersine (1994)

定義與符號：

P：單位購買或生產成本

p：生產率

p^*：最佳生產率

r ：需求率

R：每年需求量

Q：生產批量或訂購量

Q*：最佳生產(或訂購)量

M：前置時間的需求

$\overline{M}$ ：前置時間的平均需求

T：生產(或訂購)期間

C：每次生產運作的設置成本(或訂購成本)

H：每年每單位的持有成本

μ ：每天每單位折舊成本

A：每單位的缺貨成本

S：安全存量

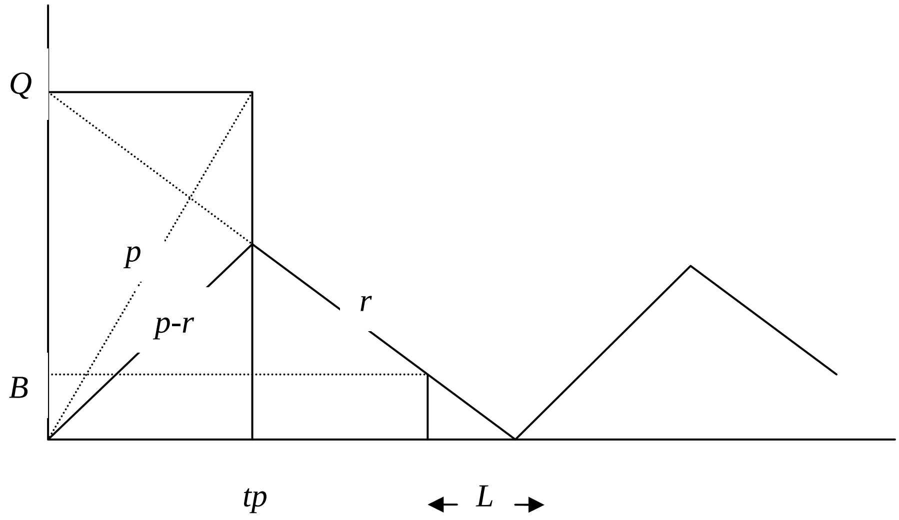
B：訂購點

F(M)：前置時間需求的機率密度函數

一、 若 p 固定,Q 變動,即爲 EPQ 模式。(見圖一)

$$TC(Q) = PR + \frac{CR}{Q} + \frac{HQ(p-r)}{2p}$$

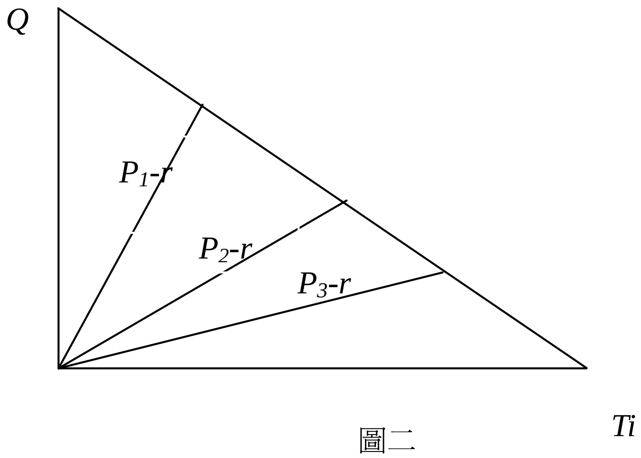
$$Q^* = \sqrt{\frac{2CRp}{H(p-r)}}$$



圖一: EPQ 模式

二、若 Q 爲固定，p 變動，則每年生產次數爲

$$m=\frac{R}{Q}\quad\left(每一循環T_i=\frac{1}{m}\right)$$



圖二

$$TC(p)=PR+\frac{CR}{Q}+\frac{HQ}{2}\frac{p-r}{p}$$

則當 $p-r=0$ 時

$$TC(p)=PR+\frac{CR}{Q}$$

爲最小（即 JIT），亦即 $p=r$ 時，存貨爲 0（永續生產）。若 $Q=R$ 即生產次數只有一次時總成本即爲生產成本，當 $p\to\infty$ 時，即爲採購模式。

三、若 p，Q 皆變動，因

$$\lim_{p\to r} TC(p,Q)=PR+\frac{CR}{Q}$$ 爲最小，

$p\geq r$，故唯一臨界點爲 r，$\dfrac{\partial TC}{\partial p}=0$ 無解。

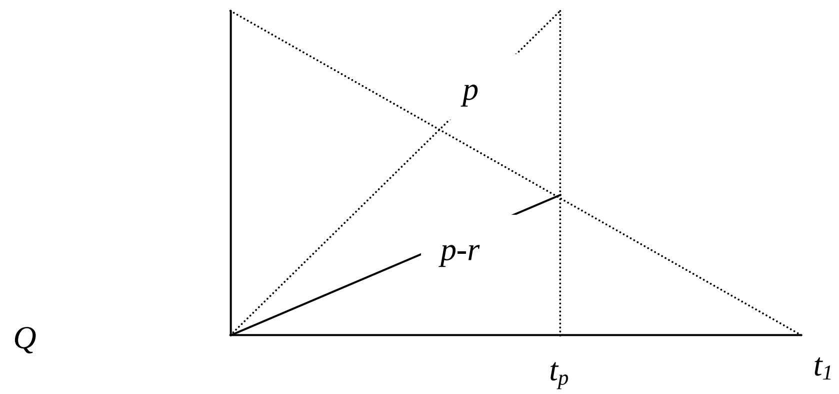
又 $Q\leq R$，且 $\lim_{Q\to R} TC(p,Q)=PR+\dfrac{CR}{R}$ 時爲最小，即 $TC(p,Q)$ 之極小値仍在 $p=r$，$Q=R$ 時，亦即生產量爲總需求，亦即訂單 R 來時，生產量 $Q=R$（只做一次）時爲最佳決策。

四、若考慮停工可降低成本（折舊成本或休假成本），設折舊成本爲 $\mu\left(\text{元}/\text{天}\right)$，即

$$TC(p,Q)=PR+\frac{CR}{Q}+\frac{HQ}{2}\frac{p-r}{p}-\mu(t_1-t_p)\frac{R}{Q},\quad p\geq r$$

因 $\left(t_1-t_p=\dfrac{Q}{r}-\dfrac{Q}{p}\right)$，故

$$TC(p,Q)=PR+\frac{CR}{Q}+\frac{HQ}{2}-\frac{HQr}{2p}-\frac{\mu R}{r}+\frac{\mu R}{p}\text{，}\quad p\geq r$$



圖三

欲求其極小值，解

$$\begin{cases}\dfrac{\partial Tc}{\partial Q}=0\\ \dfrac{\partial Tc}{\partial p}=0\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}\dfrac{-CR}{Q^2}+\dfrac{H(p-r)}{2p}=0\\ \dfrac{-HQr+2\mu R}{2}\dfrac{-1}{p^2}=0\end{cases}$$

得

$$Q^*=\frac{2\mu R}{Hr},\qquad P^*=\frac{Q^{*2}\,Hr}{Q^{*2}\,H-2CR}$$

（ 當 $p\to\infty$ 時，即 $Q^{*2}\,H-2CR=0$ ，即 $Q^*=\sqrt{\dfrac{2CR}{H}}$ 亦即採購模式，C 爲訂購成本 ）

而 $J>0$ (Hessian matrix)，且

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial Q^2}>0$$

故 $TC(p^*, Q^*)$ 爲極小值。 （ 註：若 $\mu=0$，則即爲模式（三））

五、若需求不確定，前置時間固定，缺貨成本爲 A，其前置時間之需求分配爲 $f(M)$，安全存量爲 S，再生產點爲 B，平均需求率爲 $\bar{r}$ ，前置時間之平均需求爲 $\overline{M}$ （$B=S+\overline{M}$ ）。則

$$TC(p,Q,B)=PR+\frac{CR}{Q}+\frac{HQ}{2}\frac{p-\bar{r}}{p}-\mu R\left(\frac{1}{\bar{r}}-\frac{1}{p}\right)+SH+\frac{AR}{Q}\int_B^\infty (M-B)f(M)dM$$

$$=PR+\frac{CR}{Q}+\frac{HQ}{2}-\frac{HQ\ \bar{r}}{2p}-\frac{\mu R}{\bar{r}}+\frac{\mu R}{p}+H(B-\overline{M})+\frac{AR}{Q}\int_B^\infty (M-B)f(M)dM$$

欲求極小值， 解 $\begin{cases}\dfrac{\partial TC}{\partial Q}=0\\ \dfrac{\partial TC}{\partial p}=0\\ \dfrac{\partial TC}{\partial B}=0\end{cases}$

得

$$\begin{cases} \dfrac{-CR}{Q^2}+\dfrac{H(p-\bar{r})}{2p}+\dfrac{-AR}{Q^2}\int_B^{\infty}(M-B)f(M)dM=0\cdots\cdots(1) \\ \dfrac{HQ\bar{r}-2\mu R}{2p^2}=0\cdots\cdots(2) \\ H-\dfrac{AR}{Q}\int_B^{\infty}f(M)dM=0\cdots\cdots(3) \end{cases}$$

由(2)$HQr=2\mu R$得$Q^*=\dfrac{2\mu R}{H\bar{r}}$ 代入(3)得$\int_B^{\infty}f(M)dM=\dfrac{HQ^*}{AR}=\dfrac{H}{AR}\dfrac{2\mu R}{H\bar{r}}=\dfrac{2\mu}{A\bar{r}}$可求出$B$, 再將$B$代入(1)

可求得

$$P^*=\frac{H\bar{r}}{H-2(\dfrac{CR}{Q^2}+\dfrac{AR}{Q^2}E(M>B))}$$

Numerical Example 1：

設 C=30，R=20000，H=10，M~exp($\dfrac{1}{20}$)，$\bar{r}=80$ ，$\mu=15$

則

$$Q^*=\frac{2\times15\times20000}{10\times80}=750 \quad , \int_B^{\infty}\frac{1}{20}e^{\frac{-M}{20}}dM=\frac{10\times750}{60\times20000}=0.00625$$

故

$$B=-20\,ln\,0.00625=101.5$$

$$P^*=\frac{10\times80}{10-2(\dfrac{30\times20000}{750^2}+\dfrac{60\times20000}{750^2}E(M>B)}=109.2$$

六、上述模式（五）中，若$p\to\infty$，則為採購模式，亦即$\mu=0$，C為訂購成本，則

$$TC(Q,B)=PR+\frac{CR}{Q}+\frac{HQ}{2}+SH+\frac{AR}{Q}\int_B^{\infty}(M-B)f(M)dM$$ ，(其中$S=B-\overline{M}$)

欲求極小值， 解 $\begin{cases} \dfrac{\partial TC}{\partial Q}=0 \\ \dfrac{\partial TC}{\partial B}=0 \end{cases}$

得

$$\begin{cases} \dfrac{-CR}{Q^2}+\dfrac{H}{2}-\dfrac{AR}{Q^2}\int_B^\infty (M-B)f(M)dM=0\cdots\cdots(4) \\ H-\dfrac{AR}{Q}\int_B^\infty f(M)dM=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5) \end{cases}$$

利用第（4）式可得 $-2CR+HQ^2-2AR\int_B^\infty (M-B)f(M)dM=0$，再將第（5）式

$Q=\dfrac{AR}{H}\int_B^\infty f(M)dM$ 代入第（4）式可得

$$-2CR+H(\frac{AR}{H})^2[\int_B^\infty f(M)dM]^2-2AR\int_B^\infty (M-B)f(M)dM=0$$

即可解得 B.

Numerical example 2：

設 C=30，R=20000，H=10，M~exp($\frac{1}{20}$)，A=60 則由(5)

$$Q=\frac{60\times 20000}{10}\int_B^\infty \frac{1}{20}e^{\frac{-M}{20}}dM=120000\int_B^\infty \frac{1}{20}e^{\frac{-M}{20}}dM$$

代入(4) 則

$$-2\times 30\times 20000+10\times(120000)^2[\int_B^\infty \frac{1}{20}e^{\frac{-M}{20}}dM]^2-2\times 60\times 20000\int_B^\infty (M-B)\frac{1}{20}e^{\frac{-M}{20}}dM=0$$

$$\Rightarrow -1+120000\left[e^{\frac{-B}{20}}\right]^2-2\left[20e^{\frac{-B}{20}}\right]=0,$$

$$\Rightarrow 120000e^{\frac{-B}{10}}-40e^{\frac{-B}{20}}-1=0,$$

$\Rightarrow e^{\frac{-B}{20}}=0.003058$，$B$=115.8，$Q$=367，$S=B-\overline{M}=B-E(M)=B-20=95.8$

$$TRC(Q^*,B^*)=\frac{30\times 20000}{Q}+\frac{10Q}{2}+S\times 10+\frac{60\times 20000}{Q}\cdot 20e^{\frac{-B}{20}}=4627.9$$

參、 結論

目前個人電腦競爭愈來愈激烈，國際大廠爲符合經濟需求開始探討各種不同的價值活動，特別針對原物料採購、生產作業、市場行銷以及服務等生產作業活動。

我筆記型電腦雖仍居世界領導地位，但危機浮現，學界皆爲此力求改善之道。存貨問題因素繁多，各有不同，數學模式解法亦不同。我國的電腦產業生產製程、員工作業環境異於往日,生產技術進步，廠商可以調整生產率以控制存貨水準，由於生產設備需定期保養以維護其生產效率，必須保留停工期。本文以變動生產率的角度檢視存貨問題得到最佳的生產存貨模式。

參考資料

1. Slack, et. al., (1995), Operations Management, Pitman Publishing.

2. Tersine, R. J., 1994, Principles of Inventory and Materials Management, PTR prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, pp.90-95.