

基礎支撐條件對矩形水池之影響

林久雄

摘要

本文提供一種方法，在不同基礎支撐條件下可簡捷地決定矩形水池之斷面臨界彎矩。

一、前言

矩形水池在衛生工程方面被廣泛地使用，自來水淨水廠之導水渠、沉澱池及容量較大之清水池等均為實例。矩形水池之設計，一般使用的方法是：較小之矩形池，即池長與水深之比值不大於三時，水壓之作用力由池牆之水平及垂直兩方向分配承受，係參考美國波特蘭水泥協會(PCA)出版之「矩形鋼筋混凝土水池」(Rectangular Concrete Tanks)一書，以箱型構造設計之，而假設基礎支撐為完全塑性(Completely plastic Foundations)；長型矩形池，其池長超過水深之三倍以上時，則假設水平方向無束制能力，而取池牆單位長度之豎條進行結構應力分析，池牆之主筋為豎向鋼筋，水池底版之設計，亦假設基礎為完全塑性。當水池無需承受地下水浮力時，用上述方法來設計尚無問題。如果水池築於地下水較高處，池底版與牆需連為一體時，則應分別考慮不同的基礎支撐條件，它視土質及基礎處理而異，並非完全塑性。

本文提供一簡捷方法以決定長型矩形水池斷面之臨界彎矩(Critical Bending Moment)，係考慮水池建築於彈性基礎上，亦即土壤某一點反作用壓力與該點之撓度(Deflection)成正比。

二、分析方法

長型矩形水池裝滿密度為 w 之液體，其斷面如圖1(a)所示。在距池兩端某一距離外，其斷面之結構作用可視為二度空間問題，亦即以受平面力之構架(Frame)來分析。假定牆與頂版以及牆與底版之聯結均為對稱且平衡，為方便起見，可取垂直於紙面單位長斷面之一半來分析。

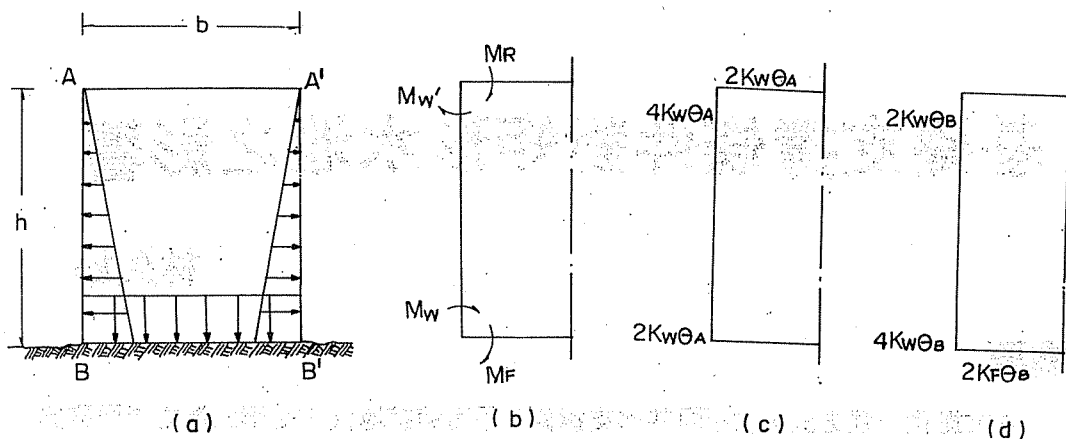


圖 1 長型矩形水池；(a) 断面 (b) 固端彎矩 (c) A 點轉動 (d) B 點轉動

固端彎矩以順鐘向為正如圖 1 (b) 所示

$$M_R = -\frac{qb^2}{12}$$

式中 q 為頂版之呆重 (Dead weight) 及任何附加荷重
 由於靜水壓力所產生之彎矩為

$$M_W' = -\frac{wh^3}{30}$$

$$M_W = +\frac{wh^3}{20}$$

設池底與土壤平均接觸壓力強度為 P_0 ，則底版每一元素 (Element) 所受之固端彎矩為

$$M_F = \lambda P_0 b^2$$

式中 λ 為常數，視土壤接觸壓力分佈圖之形狀而異。

A 點之順鐘向轉動 θ_A ，A' 點之逆鐘向轉動 θ_A 示如圖 1 (c)。圖 1 (d) 表示 B 點之順鐘向轉動 θ_B 及 B' 之逆鐘向轉動 θ_B 。 K_R ， K_W 及 K_F 分別為各元素之剛性係數 (Stiffness Coefficient)，相當於撓曲剛度 (Flexural Rigidity) 除以長度。底版彎矩 $2K_F\theta_B$ 中之係數“2”意指當牆與版的結點轉動時，底版元素的荷重形態並不改變，即土壤反力不因底版元素之變形而異。

由節點 A 及 B 之平衡，可得方程式；

$$(4K_W + 2K_R)\theta_A + 2K_W\theta_B + M_R + M_W' = 0 \quad (1)$$

$$2K_W\theta_A + (4K_W + 2K_F)\theta_B + M_F + M_W = 0 \quad (2)$$

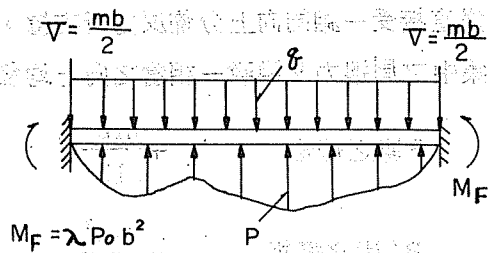
由(1)及(2)式可求得 θ_A 及 θ_B ，則節點之平衡彎矩為

$$M_A = M_R + 2K_R \theta_A \quad \text{圖 1 的旋轉，當基礎一端有轉角} \quad (3)$$

$$M_B = M_F + 2K_F \theta_B \quad \text{圖 1 的旋轉，當基礎一端有轉角} \quad (4)$$

三、決定係數入

圖 2 表示底板元素 (Floor Element) 之垂直作用力， q 是液體壓力與底板自重合成之均佈荷重。 V 係周邊集中力 (concentrated Edge Force) 由頂版及牆之自重與頂版之任何附加荷重所合成。平衡時，土壤向上反力 P 之平均值 P_0 為



$$P_0 = q + \frac{2V}{b} = q + m$$

土壤反力 P 之分佈取決於底板之尺寸、剛性、周邊條件及基礎之種類諸因素。如果考慮這些所有因素來分析，不僅極端費力，同時對於實際設計也無多大助益。因此，可以考慮在某一種極限的基礎支撐條件，且假設一種反力分佈情形下，簡易地求解斷面之臨界彎矩。

假設基礎支撐條件為(1)顆粒狀土壤(2)黏性土壤兩種情況。這兩種壓力分佈情形在土壤力學教科書中均有述及。顆粒狀土壤之壓力分佈為拋物綫，最大值在斷面之中央。黏性土壤，一般分佈的形態正好相反，理論上在邊緣，壓力值為無限大。靜力平衡時，兩者均需使總反力等於作用力，換言之，作用力合力需通過反力圖的形心 (centroid)。在不同的基礎支撐條件下，可以假設其反力分佈圖由一長方形及拋物綫所組成，直捷地求得池底板之固端彎矩如圖 3 所示。

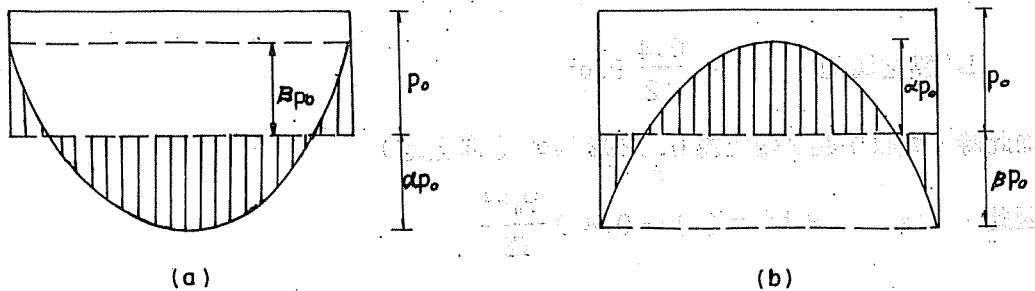


圖 3 假設之水池與土壤接觸壓力分佈圖 (a) 顆粒狀土壤 (b) 黏性土壤

由圖 3 可知，當平衡時斜綫部份的淨面積需為 0，由於拋物綫之性質可知 $\beta = 2\alpha$ ，且常數 α ， β 均有某一極限值。例如在圖 3 (a) 當 $\beta P_0 = P_0$ ，即是 $\alpha = \frac{1}{2}$ 時，邊緣之反作用壓力為 0。假設 α 超過此值，池底版與土壤會產生張應力或發生開裂。圖 3 (b) 當 $\alpha P_0 = P_0$ 或 $\alpha = 1$ 時，在中點反作用壓力為 0； α 超過此值時，會導致拉應力或裂開。 P_0 的兩個分量 q 及 m 現可以分別來考慮。在均佈部份 q 可視為直接受一相同向上分佈反力所支撐，因此，不影響底版元素邊緣之固端彎矩。而集中之周邊力 V 導致一相當之向上均佈反作用壓力 m ，而導致固端彎矩。

$$\text{B 點之彎矩} \quad + \frac{mb^2}{12}$$

$$\text{B' 點之彎矩} \quad - \frac{mb^2}{12}$$

這些彎矩需加上由於斜綫反力圖產生之固端彎矩。以顆粒狀土壤之極限情形而言，即 $\alpha = \frac{1}{2}$ ，可得

$$\text{B 點之彎矩} \quad + \frac{0.2}{12} P_0 b^2$$

$$\text{B' 點之彎矩} \quad - \frac{0.2}{12} P_0 b^2$$

版中點之彎矩為 $0.0146 P_0 b^2$ (向下彎)，令 $m = jP_0$

$$\text{則 } M_F = \lambda P_0 b^2 = (j + 0.2) \frac{P_0 b^2}{12}$$

$$\text{或 } \lambda = \frac{j + 0.2}{12}$$

黏性土壤反力圖之極限情形是 $\alpha = 1$ ，可計得

$$\text{B 點之彎矩} \quad - \frac{0.4}{12} P_0 b^2$$

$$\text{B' 點之彎矩} \quad + \frac{0.4}{12} P_0 b^2$$

而此時，底版中點之彎矩為 $0.0292 P_0 b^2$ (向上彎)

$$\text{因此， } M_F = \lambda P_0 b^2 = (j - 0.4) \frac{P_0 b^2}{12}$$

$$\text{或 } \lambda = \frac{j - 0.4}{12}$$

“12”保留在分母以便與兩個固端梁受分佈荷重 q 之固端彎矩相比較。在特殊情況下， $P = P_0$ 即 $\alpha = 0$ ， λ 變為 $j/12$ 。

四、計算示例

下列例題係按三種土壤支撐條件(1)顆粒狀土壤(2)黏性土壤(3)可發生均佈反力之土壤來分別計算大型鋼筋混凝土水池斷面之最大彎矩。水池尺寸如圖 4 所示。

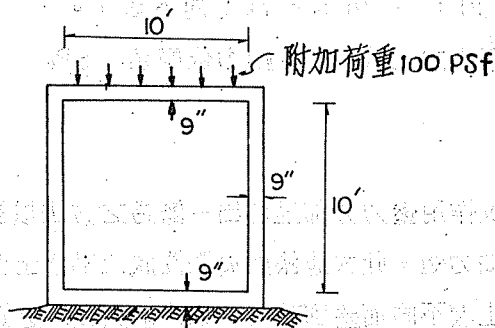


圖 4 水池斷面

池牆元素

$$M_w = + \frac{wh^3}{20} = + 3120 \text{ ft-lb per ft}$$

$$M_w' = - \frac{wh^3}{30} = - 2080 \text{ ft-lb per ft}$$

底板元素

$$P_0 = 1065 \text{ lb per sq. ft} \quad m = 408 \text{ lb per sq. ft and}$$

$$j = 0.384, \text{ 所以 } P_0 b^2 = 106,500 \text{ ft-lb per ft}$$

支撐條件(1) $\lambda = \frac{0.384 + 0.2}{12} = 0.0486 \quad M_F = + 5170 \text{ ft-lb per ft}$

把適當的值代入(3)及(4)得

$$M_{AA'} = + 710 \text{ ft-lb per ft}$$

$$M_{BB'} = + 1580 \text{ ft-lb per ft}$$

底板元素之中點彎矩為 6850 ft-lb per ft (向下彎)

支撐條件(2)

$$\lambda = \frac{0.384 - 0.4}{12} = - 0.0013 \quad M_F = - 140 \text{ ft-lb per ft}$$

$$M_{AA'} = + 50 \text{ ft-lb per ft}$$

$$M_{BB'} = - 1750 \text{ ft-lb per ft}$$

底版元素之中點彎矩為 $190 \text{ ft} - \text{lb per ft}$ (向下彎)

支撐條件(3)

$$\lambda = \frac{j}{12} = 0.032 \quad M_F = + 3400 \text{ ft} - \text{lb per ft}$$

$$M_{AA'} = + 490 \text{ ft} - \text{lb per ft}$$

$$M_{BB'} = + 470 \text{ ft} - \text{lb per ft}$$

底版元素之中點彎矩為 $4630 \text{ ft} - \text{lb per ft}$ (向下彎)。

三種不同之支撐條件下，最大之土壤反作用壓力依序為 $1.5P_0$ ， P_0 及 $3P_0$ 。

五、結論

本文考慮簡化之極限反作用壓力分佈推導出一簡易之方法以計算大型矩形鋼筋混凝土水池斷面之臨界彎曲力矩，此水池係建於顆粒狀或黏性土壤。由計算示例，可知彎矩之大小及符號因土壤不同而差別甚大。如果牆與頂版之連接視為鉸接，則僅考慮節點 B 之平衡即可。當水池無蓋時，則彎矩可直接由靜定方程式求得。

參考文獻

- 1 陳榮藏，“衛生工程混凝土構造物設計之檢討”，民國 66 年 5 月，第十二期「自來水」。
- 2 “Rectangular Concrete Tanks”，Concrete Information of the Portland Cement Association.
- 3 Gray, W.S., “Reinforced Concrete Reservoirs and Tanks” concrete Publications Ltd, London.
- 4 Timoshenko, S., “Theory of Plates and Shells,” McGraw Hill Book Co., London, 1959.